

# מתמטיקה 3855

פרק 32 - טורי פורייה - יישומים של טורי פורייה

תוכן העניינים

1. בעיות שטורם ליוביל ..... 1

## בעיות שטורם ליוביל:

שאלות:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 & , \quad 0 < x < 1 \\ y'(0) = 0 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 & , \quad 0 < x < 1 \\ y(0) = 0 \\ y(1) + y'(1) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 & , \quad 0 < x < 1 \\ y(0) + y'(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 & , \quad 0 < x < \ell \\ y(0) = 0 \\ y'(\ell) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 & , \quad 0 < x < \pi \\ y'(0) = 0 \\ y(\pi) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} y'' - 2y' + (1 + \lambda)y = 0 & , \quad 0 < x < 1 \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

תרגילים מסכמים:

(1) מצאו פונקציות עצמיות וערכים עצמיים עבור בעיית שטורם ליוביל הבאה:

$$\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0 & , \quad 0 < x < L \\ y(0) = y(L) = 0 \end{cases}$$

(2) מצאו פונקציות עצמיות וערכים עצמיים עבור בעיית שטורם ליוביל הבאה:

$$\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0 & , \quad 0 < x < L \\ y'(0) = y'(L) = 0 \end{cases}$$

### תשובות סופיות:

(1) פונקציות עצמיות של הבעיה:  $\varphi_n(x) = \cos(n\pi x)$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

ערכים עצמיים של הבעיה:  $\lambda_n = (\omega_n)^2 = (n\pi)^2$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

$$y = 0 \quad (2)$$

$$y = 0 \quad (3)$$

(4) פונקציות עצמיות של הבעיה:  $\varphi_n(x) = \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2\ell}x\right)$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

ערכים עצמיים של הבעיה:  $\lambda_n = (\omega_n)^2 = \left((2n+1)\frac{\pi}{2\ell}\right)^2$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

(5) פונקציות עצמיות של הבעיה:  $\varphi_n(x) = \cos\frac{2n+1}{2}x$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

ערכים עצמיים של הבעיה:  $\lambda_n = (\omega_n)^2 = \left(\frac{2n+1}{2}\right)^2$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

(6) פונקציות עצמיות של הבעיה:  $\varphi_n(x) = e^x \sin n\pi x$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

ערכים עצמיים של הבעיה:  $\lambda_n = (\omega_n)^2 = (n\pi)^2$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

### תרגילים מסכמים-תשובות סופיות:

$$y_n(x) = \sin\left(\frac{\pi n}{L}x\right) \quad n=1,2,3,\dots \quad (1)$$

$$\lambda_n = \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2$$

$$y_n(x) = \cos\left(\frac{\pi n}{L}x\right) \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

$$\lambda_n = \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2$$